

數學與生活

1998.3.23 田光復

我想我們不可能談生活裡所有每一種經驗與數學的關係，但是倒可以談一談生活一些比較具不平凡品質的經驗與數學的關係，我們就稱之為**生活中的數學感覺**吧。但是我所談的生活比較是帶藝術性的，有點切中心上的那裡、講究的用意，不是沒甚感覺的生活例行公事（當然有時我們對一些例行公事也會有感覺，有感覺的才算，沒有感覺的不算！）。

可想而知，我們大家在生活上，除去早晚三餐吃的、住的、穿的、睡的等等生活例行公事之外，每一個人心裡想的、計劃的，心理的狀況，其實很不相同，甚且南轅北轍毫無共識。我們人類擁有的知識固然很豐富，但在所有系統化知識之中，卻**只有**數學知識能夠為很不同的我們，找到任何人都無法拒絕的“**絕對共識**”。（不管那個人是古人、今人、未來人，或是那個人多麼的想要與眾不同）。

數學知識的絕對性是數學對人類文明的偉大貢獻。甚至我還這樣想：『人類對絕對性的追求與認識，是數學活動與藝術活動在人類精神最深處的共識』。這也正是所有哲學思想活動主客觀爭議的根源。但不論我們再怎麼爭辯主客觀性的主從性，藝術必須從主觀性出發，美的觀念無論再怎麼說還是主觀的，但**最後的美**——“**有絕對性**”！又無論人們對善的看法是怎麼的主觀，最後的善也是絕對的。至於**真**更不用多說，本來它就是絕對的。對真、善、美的概念，不管人們的意見是多麼紛歧，但以嚴肅的態度來看，這反而是人們內心追求絕對價值過程中的必然現象！**此是後話先說了**；讓我們回到原點。我們現在就從六個方向，從數學的 1.語言性 2.抽象性 3.連結性 4.結構性、解構性 5.生成性 6.秩序性 來談談數學知識的人文精神價值。最後我將再回歸數學的絕對性上去。這樣陳述的內容就是我所謂的數學的藝術感覺。

數學原本是“很藝術的”。在希臘與羅馬時代的自由人七藝教育（文法、修辭、算術、幾何、天文、音樂），數學真正就佔了二藝，若天文也算則佔三藝。但我們可怕的聯考競試把大家的數學良知、品味都嚇壞了真是很令人扼腕。在這次**研習**裡，除了聽我要講的之外，我們也可以談一談生活與數學結合的經驗。談這些經驗可讓我們重新認識數學的生活品味。此外，我想我們也可以談一談臺灣的數學教育與我們長大之後人生的關係。

臺灣的數學教育如果不是推理的教育，則是偏向視覺的教育。推理偏向聽覺，幾何偏向視覺。當然，觸覺可以取代部分的視覺（例如 1, 2, 3...等可以靠觸覺觸摸出個體感），但代數（含未知數或符號的算術）就不能單靠觸覺來取代了。代數把整數性質抽象化，把整數化成形，代數是一種形的運算。整數在代數裡被當作是具體的(東西)，而多項式是抽象的整數。多項式沒有直接的大小觀念。不能

與生活的收支、燒菜、交通、睡覺結合。它的冪次隱約透露著它的大小秩序，但你摸不到它的真正大小，大小在這裡沒甚麼意義，說是複雜度的高低則有一點意義。但多項式是一種〔抽象的〕形，這個形比整數要抽象些，但抽象的多項式的運算與具體的整數運算當然必是，精神內在相通相似的。這是抽象化需要保留的精髓。整數運算裡有加、減、乘、除、質數（或稱素數）、合成數、公約數、公倍數，最大公約數與最小公倍數的觀念。這些原本都是整數的性質，但從整數的性質出發，後來衍化成代數學裡多項式的結構與解構。多項式雖是從整數抽象出來的形，多項式卻維繫保守著整數的結構性（與解構性）。多項式形與形相互間的抽象運作可謂是數學的抽象藝術經驗。質數的分解是整數性質中最簡單的解構觀念（或結構觀念），它也是系統生成的觀念。以上我們直接闡明具體與抽象的數學（代數）經驗。其餘的我直接放在下列的各項之內。除此之外，圓與圓球是『最』對稱的，圓心、圓周都有它自己的美感。我們舉幾個生活中數學運用的美感經驗：

1. **語言的**：座標是位置的觀念也是方位精準的語言。通常我們以東西向為 x 軸，且以東向為 x 軸之正向；南北向為 y 軸，北向為 y 軸之正向。台北市主要道路不是東西向就是南北向。世界大都市都是如此，巴黎除外。我們約人在新的大安區公所見面，要怎麼說？和平東路與新生南路交會之第二象限，或西北角！這美得多麼精煉明確。
2. **抽象性的**：如前段所述，有關整數、多項式在代數學裡的抽象關係。
3. **連結的**：直線是理想的，有直接的美感，開車時或停車時，直線對準前一輛駕駛人的心，你會有意想不到的安定感覺。
4. **結構的、解構的**：I) 直線的重複迭放就可以造樹、樹林。機制的重複可以造葉、造樹、造雲、造自然。II) 整數性質中質數的分解是我們最簡單的解構觀念（或結構觀念），它也是系統生成的觀念。
5. **生成的**：解構之後產生結構，怎麼產生？
6. **秩序的**：幾何的論證多麼井然有序。
7. **絕對的**：圓周率萬世不變。直線構成的三角形三內角和不變。

生活中人們追求生活的藝術，食、衣、住、行的藝術。這與數學有關嗎？其實一般人所說的「生活的藝術」是生活品味的藝術。人們常用錢去追求品味但結果反而是被品味奴化。上焉者渾身都是品味；下焉者全身都是品牌；談吐、舉止卻沒甚麼味道。為什麼？因為個人內在的虛弱。是因為物化、因為依賴、因為耽於享受、因為不想探究自己，不想創造自己的生活的結果 不是嗎？當然，我們還有上上焉者與下下焉者。上上焉者一創造生活，因自我內在的感動而不斷的發現自己，也發現出他人的特點，發現出人與人、人與環境的新關係。這樣子我們把新發現到的“表達出來”就是創造！藝術作品就是「技術」與「新發現的觀念」，兩者之間掙扎出來的結果。

然而，我們一定要用作品去呈現創造嗎？我認為不一定必要。何謂作品？當我們用心在看、在聽、在想著藝術品本身的時候，（或想著孩子的特點的時候）我們是在做創造活動。但它是比較被動的創造活動。主動的創造活動是要那個人自己主觀的去發覺“有意思”的觀念與概念，有意思的新關係，有新意思的連結。而那個『有意思』的是甚麼呢？是那個人的概念體系所展延表達出來的新物！這概念體系包括價值、慾望、信仰、真實存有等等人的意識。更直接的概念物則是形、比率、色彩、音調、關係等。然而音樂藝術來自於心之弦；繪畫、雕塑、建築等造形藝術來自於雙眼之觀。人的靈魂在雙眼；不是靜態的雙眼，而是雙眼的光；或是動態收放間的雙眼。它是人的思想與行動訊息的活動窗口。我們雙眼不但能看到真實的物體，它們還能察看到空的空間；它們還能看到實物與實物，或實物與空間之間的連繫！當一個人用全身心—包括看到空與連結的第三支眼的運用時。有思想、行動的生活創造乃在實現的過程之中了。

如果我們用另一種眼去發現生活的世界，那是創造的發軔啟始。但是，系統、結構、連結、抽象、生成，等觀念雖方便、造就了六識；如果我們沒有一顆流水的心，因藝術或數學結的果恐怕也會像品味一樣，反而會因而束縛我們自性的智慧。