

基礎知識重溫

Ch4 直線的方程

姓名：_____ 班別：____() 日期：_____

直線的坐標幾何 (一)

技巧提示

距離公式

例：P(1, 3) 與 Q(5, 4) 兩點之間的距離

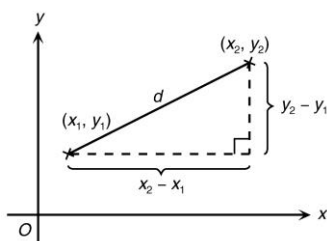
$= \sqrt{(5-1)^2 + (4-3)^2}$ 單位 ◀ 把 $x_1 = 1, y_1 = 3, x_2 = 5$ 及 $y_2 = 4$ 代入公式

$= \sqrt{4^2 + 1^2}$ 單位

$= \sqrt{16+1}$ 單位

$= \sqrt{17}$ 單位

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ 中。



求下列各題中兩個已知點之間的距離。(如有需要，答案以根式表示。)(1-4)

1. A(3, 1) 和 B(6, 5)

$AB = \sqrt{[(\quad) - 3]^2 + [(\quad) - 1]^2}$ 單位
 $= \sqrt{(\quad)^2 + (\quad)^2}$ 單位
 $= \sqrt{(\quad) + (\quad)}$ 單位
 $= \sqrt{(\quad)}$ 單位
 $= (\quad)$ 單位

2. C(3, -2) 和 D(8, 10)

$CD = \sqrt{[(\quad) - 3]^2 + [(\quad) - (-2)]^2}$ 單位
 $=$
 $=$

3. E(-1, 8) 和 F(-9, 2)

$EF = \sqrt{[(\quad) - (\quad)]^2 + [(\quad) - (\quad)]^2}$ 單位
 $=$
 $=$

4. G(-4, -1) 和 H(0, -6)

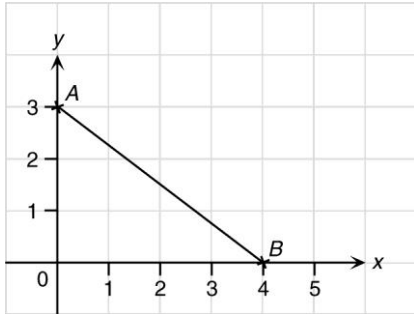
$GH =$

在下列各題中，(5-8)

求 (a) A 和 B 的坐標；

(b) AB 的長度。(如有需要，答案以根式表示。)

5.

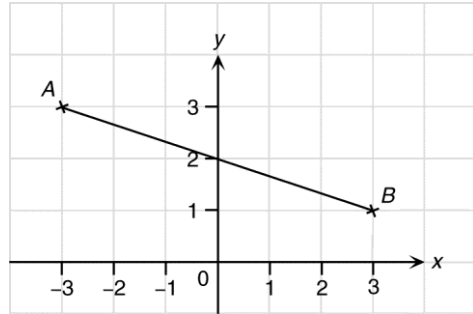


(a) A 的坐標 = ()

B 的坐標 = ()

(b) $AB =$

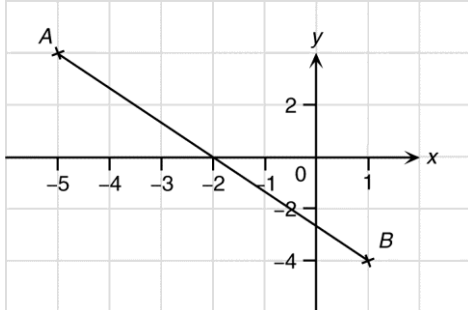
6.



(a)

(b) $AB =$

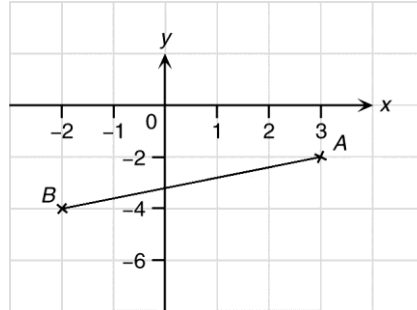
7.



(a)

(b)

8.



(a)

(b)

直線的坐標幾何 (二)

技巧提示

斜率與傾角

例：通過 $(2, 1)$ 和 $(3, 5)$ 的直線 L 的斜率

$$= \frac{5-1}{3-2} \quad \text{把 } x_1=2, y_1=1, x_2=3 \text{ 及 } y_2=5 \text{ 代入}$$

$$= \frac{4}{1} \quad \leftarrow \text{公式 } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ 中。}$$

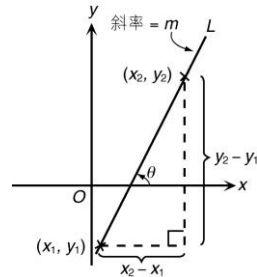
$$= \underline{4}$$

$\therefore L$ 的斜率 $= \tan \theta$ $\leftarrow \theta$ 為 L 的傾角。

$$\therefore 4 = \tan \theta$$

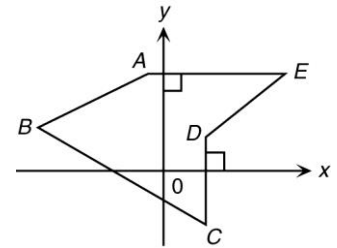
$$\theta = \underline{76.0^\circ} \quad (\text{準確至三位有效數字})$$

\therefore 直線 L 的傾角是 76.0° 。



1. 圖中所示為五邊形 $ABCDE$ 。試判斷在直線 AB 、 BC 、 CD 、 DE 和 AE 中，哪條(些)能符合以下各條件。

- (a) 斜率是正數。 _____
- (b) 斜率是負數。 _____
- (c) 斜率是 0。 _____
- (d) 斜率是未下定義的。 _____



2. 在下列各題中，求通過兩個已知點的直線的斜率。

- (a) $A(2, 3)$ 和 $B(4, 7)$

$$\begin{aligned} AB \text{ 的斜率} &= \frac{7 - ()}{4 - ()} \\ &= \frac{()}{()} \\ &= \underline{\underline{()}} \end{aligned}$$

- (b) $A(1, 1)$ 和 $B(-3, 5)$

$$AB \text{ 的斜率} = \frac{() - ()}{() - ()}$$

=

3. 根據下列各直線 L 的傾角，求 L 的斜率，準確至三位有效數字。

- (a) 44°

$$\begin{aligned} L \text{ 的斜率} &= \tan () \\ &= \underline{\underline{()}} \quad (\text{準確至三位有效數字}) \end{aligned}$$

- (b) 60°

$$L \text{ 的斜率} =$$

4. 根據下列各直線 L 的斜率，求 L 的傾角 θ ，準確至二位小數。

(a) 1.3

$$\because L \text{ 的斜率} = \tan \theta$$

$$\therefore () = \tan \theta$$

$$\theta = (\underline{\quad\quad})$$

(準確至二位小數)

(b) 2.7

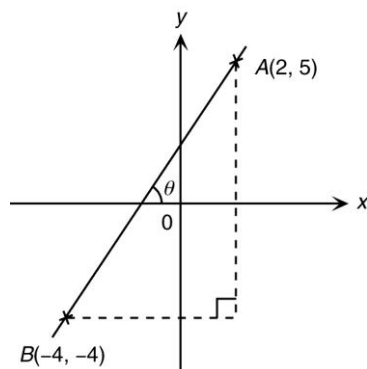
$$\because L \text{ 的斜率} = \tan \theta$$

$$\therefore$$

5. 在下列各題中，求通過兩個已知點的直線的斜率和傾角 θ 。

(如有需要，取答案準確至三位有效數字。)

(a)



$$AB \text{ 的斜率} = \frac{-4 - ()}{-4 - ()}$$

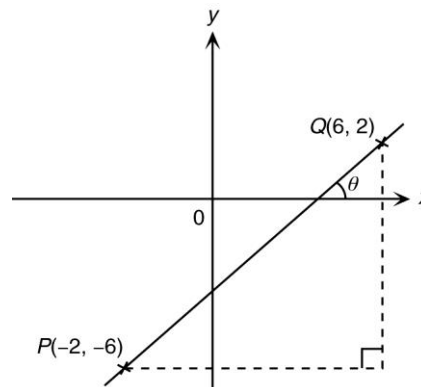
$$=$$

$$\therefore AB \text{ 的斜率} = \tan \theta$$

$$\therefore () = \tan \theta$$

$$\theta =$$

(b)



6. 在下列各題中，求通過兩個已知點的直線的傾角 θ 。(答案須準確至一位小數。)

(a) $A(1, -6)$ 和 $B(3, 4)$

AB 的斜率 =

(b) $A(-5, 1)$ 和 $B(-3, 2)$

直線的坐標幾何 (三)

技巧提示

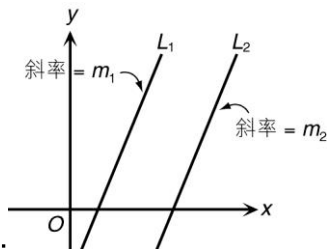
平行線與垂直線

設 m_1 和 m_2 分別是直線 L_1 和 L_2 的斜率。

(a) 平行線

(i) 若 $L_1 \parallel L_2$ ，則 $m_1 = m_2$ 。

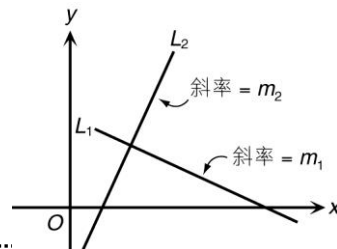
(ii) 若 $m_1 = m_2$ ，則 $L_1 \parallel L_2$ 。



(b) 垂直線

(i) 若 $L_1 \perp L_2$ ，則 $m_1 \times m_2 = -1$ 。

(ii) 若 $m_1 \times m_2 = -1$ ，則 $L_1 \perp L_2$ 。



1. 下表所示為六條直線的斜率。

直線	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	L_6
斜率	2	3	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$

試判別下列各項是否正確，並在適當的方格內加上「✓」。

	是	否		是	否
(a) $L_3 \parallel L_5$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	(b) $L_4 \parallel L_6$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
(c) $L_1 \perp L_4$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	(d) $L_2 \perp L_3$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2. 考慮 $A(1, 0)$ 、 $B(4, 6)$ 、 $C(-1, 0)$ 和 $D(1, 4)$ 四點。證明

(a) AB 平行於 CD ；

(b) AC 不平行於 BD 。

$$AB \text{ 的斜率} = \frac{(\quad) - 0}{(\quad) - 1} = \left(\quad \right) =$$

$$CD \text{ 的斜率} = \frac{(\quad) - 0}{(\quad) - (\quad)} = \left(\quad \right) =$$

$\therefore AB$ 的斜率 ($= / \neq$) CD 的斜率

$\therefore AB$ (平行 / 不平行) 於 CD 。

3. 考慮 $P(1, 2)$ 、 $Q(5, 3)$ 、 $R(4, -1)$ 、 $S(2.5, 5)$ 和 $V(5, 6)$ 五點。證明
 (a) PQ 垂直於 RS ； (b) QS 不垂直於 PV 。

$$PQ \text{ 的斜率} = \frac{(\quad) - 2}{(\quad) - 1} =$$

$$RS \text{ 的斜率} = \frac{(\quad) - (\quad)}{(\quad) - 4} = \left(\quad \right) =$$

$\therefore PQ$ 的斜率 $\times RS$ 的斜率

$$= (\quad) \times (\quad)$$

$$(\neq) - 1$$

$\therefore PQ$ (垂直 / 不垂直) 於 RS 。

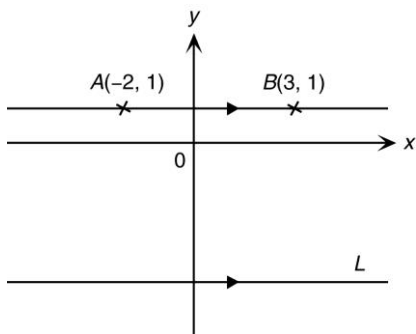
4. 考慮 $A(-3, 7)$ 、 $B(6, -5)$ 、 $C(1, 0)$ 和 $D(0, 4)$ 四點。判別

(a) AD 是否平行於 BC ；

(b) AB 是否垂直於 CD 。

5. 在下列各題中，直線 L 平行於 AB 。求 L 的斜率。

(a)



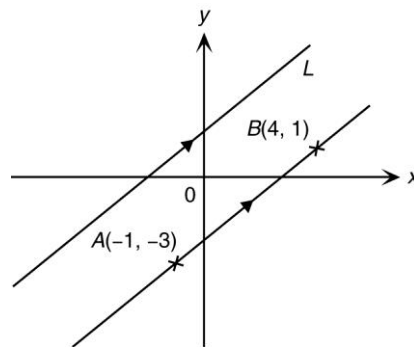
$$AB \text{ 的斜率} = \frac{1 - (\quad)}{3 - (\quad)} = \frac{(\quad)}{(\quad)} =$$

$\therefore L \parallel AB$

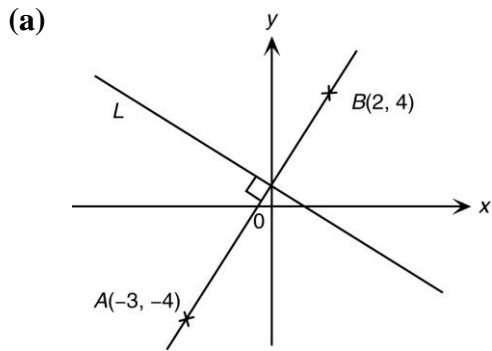
$\therefore L$ 的斜率 = AB 的斜率

$$= \underline{\underline{(\quad)}}$$

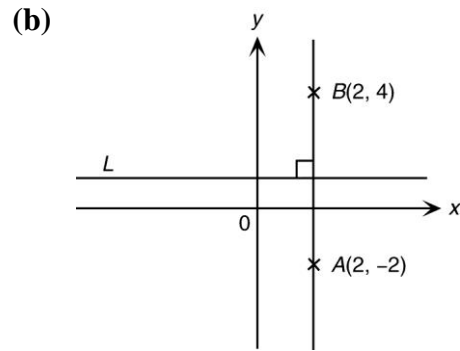
(b)



6. 在下列各題中，直線 L 垂直於 AB 。求 L 的斜率。



AB 的斜率 =



$\therefore L \perp AB$

7. 考慮直角坐標平面上的三條直線 L_1 、 L_2 和 L_3 。已知 L_1 的斜率是 $-\frac{4}{5}$ 。

(a) 若 L_2 平行於 L_1 ，求 L_2 的斜率。

$\therefore L_2 \parallel L_1$

\therefore

(b) 若 L_3 垂直於 L_1 ，求 L_3 的斜率。

直線的坐標幾何 (四)

技巧提示

中點公式

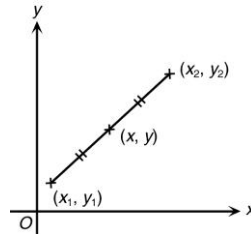
例：若 $M(x, y)$ 是連接 $A(1, 6)$ 和 $B(3, 10)$ 的線段的中點，則

$$x = \frac{1+3}{2} = 2 \quad \blacktriangleleft \quad \text{把 } x_1 = 1 \text{ 及 } x_2 = 3 \text{ 代入}$$

$$\text{公式 } x = \frac{x_1 + x_2}{2} \text{ 中。}$$

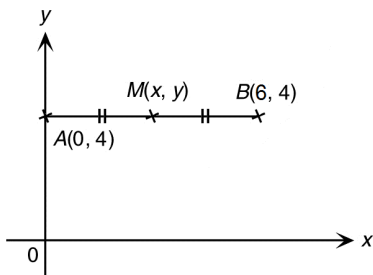
$$y = \frac{6+10}{2} = 8 \quad \blacktriangleleft \quad \text{把 } y_1 = 6 \text{ 及 } y_2 = 10 \text{ 代入}$$

$$\text{公式 } y = \frac{y_1 + y_2}{2} \text{ 中。}$$



在下列各圖中， $M(x, y)$ 是 AB 的中點。求 M 的坐標。(1-4)

1.



根據中點公式，可得：

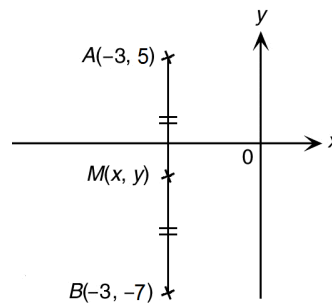
$$x = \frac{(\quad) + (\quad)}{2}$$

$$= (\quad)$$

$$y = (\quad)$$

∴ M 的坐標 = ()

2.



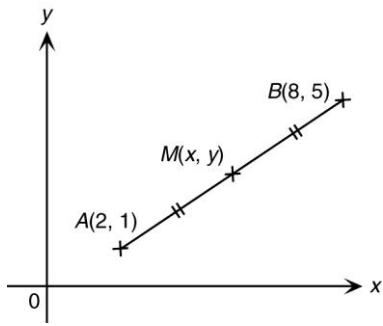
根據中點公式，可得：

$$x = (\quad)$$

$$y = \frac{(\quad) + (\quad)}{2}$$

$$=$$

3.



根據中點公式，可得：

$$x = \frac{(\quad) + (\quad)}{2}$$

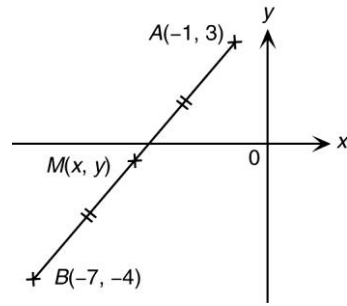
$$= (\quad)$$

$$y = \frac{(\quad) + (\quad)}{2}$$

$$= (\quad)$$

∴ M 的坐標 = ()

4.



根據中點公式，可得：

$$x = \frac{(\quad) + (\quad)}{(\quad)}$$

$$= (\quad)$$

$$y = \frac{(\quad) + (\quad)}{(\quad)}$$

$$=$$

∴ M 的坐標 =

在下列各圖中， $M(x, y)$ 是 AB 的中點。求 M 的坐標。(5-8)

5. $A(2, -1), B(6, 11)$

根據中點公式，可得：

$$x = \frac{(\quad) + (\quad)}{(\quad)}$$

$$=$$

6. $A(-3, 2), B(9, 4)$

根據中點公式，可得：

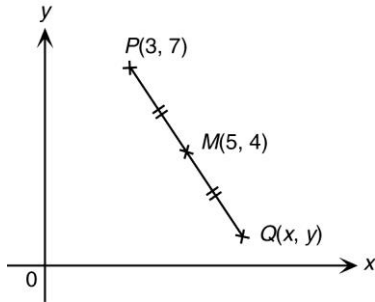
$$x =$$

7. $A(1, 6), B(-5, -8)$

8. $A(4, -5), B(-4, 2)$

在下列各圖中， $M(x, y)$ 是 PQ 的中點。求 Q 的坐標。(9 – 10)

9.



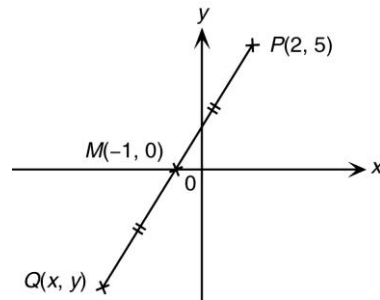
根據中點公式，可得：

$$5 = \frac{(\quad) + x}{2} \quad \text{及} \quad 4 = \frac{(\quad) + y}{2}$$

$$\therefore x = (\quad) \quad \text{及} \quad y = (\quad)$$

$$\therefore Q \text{ 的坐標} = (\underline{\quad})$$

10.



根據中點公式，可得：

$$(\quad) = \frac{(\quad) + x}{2} \quad \text{及} \quad (\quad) = \frac{(\quad) + y}{2}$$

$$\therefore x = (\quad) \quad \text{及} \quad y = (\quad)$$

$$\therefore Q \text{ 的坐標} = (\underline{\quad})$$

在下列各圖中， M 是 AQ 的中點。求 $Q(x, y)$ 的坐標。(11 – 14)

11. $A(1, 0), M(3, 7)$

根據中點公式，可得：

$$(\quad) = \frac{(\quad) + x}{2} \quad \text{及}$$

$$(\quad) = \frac{(\quad) + y}{2}$$

$$\therefore x = (\quad) \quad \text{及} \quad y = (\quad)$$

$$\therefore Q \text{ 的坐標} = (\underline{\quad})$$

13. $A(-4, 4), M(1, -2)$

根據中點公式，可得：

12. $A(5, 2), M(2, 1)$

根據中點公式，可得：

$$(\quad) = \frac{(\quad) + x}{(\quad)} \quad \text{及} \quad (\quad) = \frac{(\quad) + y}{(\quad)}$$

14. $A(-1, 3), M(-3, -5)$

直線的坐標幾何(五)

技巧提示

截點公式

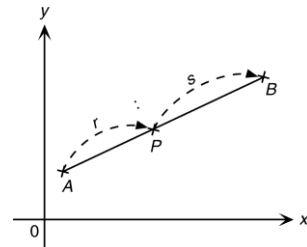
例：\$P(x, y)\$ 是連接 \$A(1, 1)\$ 和 \$B(4, 7)\$ 的線段上的一點。若 \$AP : PB = 1 : 2\$，則

$$x = \frac{2(1) + 1(4)}{1 + 2} = 2$$

把 \$x_1 = 1, x_2 = 4, r = 1\$ 及 \$s = 2\$
代入公式 $x = \frac{sx_1 + rx_2}{r + s}$ 中。

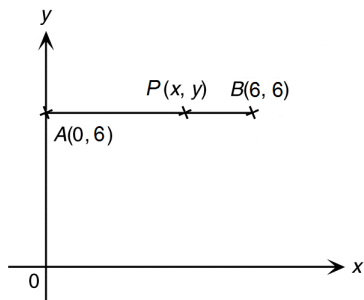
$$y = \frac{2(1) + 1(7)}{1 + 2} = 3$$

把 \$y_1 = 1, y_2 = 7, r = 1\$ 及 \$s = 2\$
代入公式 $y = \frac{sy_1 + ry_2}{r + s}$ 中。



在下列各圖中，\$P(x, y)\$ 是連接 \$A(1, 1)\$ 和 \$B(4, 7)\$ 的線段上的一點，且按所給的比把 \$AB\$ 分成兩部分。求 \$P\$ 的坐標。(1-4)

1. \$AP : PB = 2 : 1\$



根據內分點的截點公式，可得：

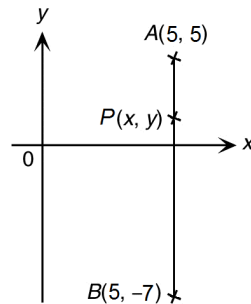
$$x = \frac{1(\quad) + 2(\quad)}{2 + 1}$$

$$= (\quad)$$

$$y = (\quad)$$

∴ \$P\$ 的坐標 = ()

2. \$AP : PB = 1 : 3\$



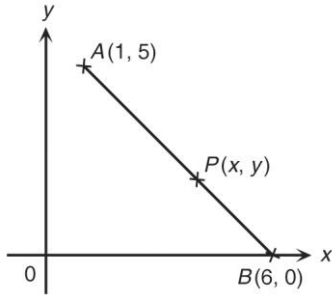
根據內分點的截點公式，可得：

$$x = (\quad)$$

$$y = \frac{3(\quad) + 1(\quad)}{(\quad) + (\quad)}$$

$$=$$

3. $AP : PB = 3 : 2$



根據內分點的截點公式，可得：

$$x = \frac{2(\quad) + 3(\quad)}{(\quad) + (\quad)}$$

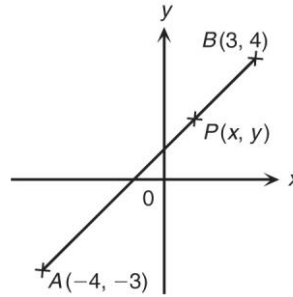
$$= (\quad)$$

$$y = \frac{2(\quad) + 3(\quad)}{(\quad) + (\quad)}$$

$$= (\quad)$$

$\therefore P$ 的坐標 = ()

4. $AP : PB = 5 : 2$



根據內分點的截點公式，可得：

$$x = \frac{(\quad)(\quad) + (\quad)(\quad)}{(\quad) + (\quad)}$$

$$= (\quad)$$

$$y = \frac{(\quad)(\quad) + (\quad)(\quad)}{(\quad) + (\quad)}$$

$$=$$

在下列各圖中， $P(x, y)$ 是連接 $A(1, 1)$ 和 $B(4, 7)$ 的線段上的一點，且按所給的比把 AB 分成兩部分。求 P 的坐標。(5-8)

5. $A(-6, 3), B(6, -6), AP : PB = 2 : 1$

根據內分點的截點公式，可得：

$$x = \frac{1(\quad) + 2(\quad)}{(\quad) + (\quad)}$$

$$= (\quad)$$

$$y = \frac{1(\quad) + 2(\quad)}{(\quad) + (\quad)}$$

$$= (\quad)$$

$\therefore P$ 的坐標 = ()

6. $A(-1, -3), B(4, 7), AP : PB = 2 : 3$

根據內分點的截點公式，可得：

$$x = \frac{(\quad)(\quad) + (\quad)(\quad)}{(\quad) + (\quad)}$$

$$=$$

7. $A(-2, -5), B(2, 3), AP : PB = 1 : 3$

根據內分點的截點公式，可得：

8. $A(18, 6), B(6, -15), AP : PB = 1 : 2$

Ch4 直線的方程 答案

直線的坐標幾何 (一)

1. $AB = \underline{\underline{5}}$ 單位
2. $CD = \underline{\underline{13}}$ 單位
3. $EF = \underline{\underline{10}}$ 單位
4. $GH = \underline{\underline{\sqrt{41}}}$ 單位
5. (a) A 的坐標 = $\underline{\underline{(0, 3)}}$
 B 的坐標 = $\underline{\underline{(4, 0)}}$
(b) $AB = \underline{\underline{5}}$ 單位
6. (a) A 的坐標 = $\underline{\underline{(-3, 3)}}$
 B 的坐標 = $\underline{\underline{(3, 1)}}$
(b) $AB = \underline{\underline{\sqrt{40}}}$ 單位 (or $\underline{\underline{2\sqrt{10}}}$ 單位)
7. (a) A 的坐標 = $\underline{\underline{(-5, 4)}}$
 B 的坐標 = $\underline{\underline{(1, -4)}}$
(b) $AB = \underline{\underline{10}}$ 單位
8. (a) A 的坐標 = $\underline{\underline{(3, -2)}}$
 B 的坐標 = $\underline{\underline{(-2, -4)}}$
(b) $AB = \underline{\underline{\sqrt{29}}}$ 單位

直線的坐標幾何 (二)

- AB, DE
 - BC
 - AE
 - CD
- AB 的斜率 = 2
 - AB 的斜率 = -1
- L 的斜率 = 0.966(準確至三位有效數字)
 - L 的斜率 = 1.73(準確至三位有效數字)
- $\theta = 52.43^\circ$ (準確至二位小數)
 - $\theta = \underline{69.68^\circ}$ (準確至二位小數)
- AB 的斜率 = $\frac{3}{2}$, $\theta = \underline{56.3^\circ}$ (準確至三位有效數字)
 - PQ 的斜率=1 , $\theta = \underline{45^\circ}$
- AB 的斜率=5 , $\theta = \underline{78.7^\circ}$ (準確至一位小數)
 - AB 的斜率 = $\frac{1}{2}$, $\theta = \underline{26.6^\circ}$ (準確至一位小數)

直線的坐標幾何 (三)

- 否
 - 是
 - 是
 - 否
- /
- /
- 平行
 - 不垂直
- 0
 - $\frac{4}{5}$
- $-\frac{5}{8}$
 - 0
- $-\frac{4}{5}$
 - $\frac{5}{4}$

直線的坐標幾何(四)

1. M 的坐標 = (3, 4)
2. M 的坐標 = (-3, -1)
3. M 的坐標 = (5, 3)
4. M 的坐標 = $\left(-4, -\frac{1}{2}\right)$
5. M 的坐標 = (4, 5)
6. M 的坐標 = (3, 3)
7. M 的坐標 = (-2, -1)
8. M 的坐標 = $\left(0, -\frac{3}{2}\right)$
9. Q 的坐標 = (7, 1)
10. Q 的坐標 = (-4, -5)
11. Q 的坐標 = (5, 14)
12. Q 的坐標 = (-1, 0)
13. Q 的坐標 = (6, -8)
14. Q 的坐標 = (-5, -13)

直線的坐標幾何(五)

1. P 的坐標 = (4, 6)
2. P 的坐標 = (5, 2)
3. P 的坐標 = (4, 2)
4. P 的坐標 = (1, 2)
5. P 的坐標 = (2, -3)
6. P 的坐標 = (1, 1)
7. P 的坐標 = (-1, -3)
8. P 的坐標 = (14, -1)